

Jméno:

Body: /100

1. Mějme zadány vektory $u = (1, -1, 1)$, $v = (1, a, 3)$ a $w = (1, 0, 2)$ kde $a \in \mathbb{R}$ je parametr.

- Určete $a \in \mathbb{R}$ tak, aby tyto vektory NEtvorily bázi prostoru $\mathbb{R}^3$.
- Ukažte, že pro $a = 0$ tyto vektory tvoří bázi prostoru $\mathbb{R}^3$.
- Určete souřadnice vektoru $(6, -2, 11)$ vzhledem k bázi z předchozího kroku (tj. u, v, w s $a = 0$).

Body: /30

2. Mějme zadanou kvadratickou formu

$$Q(x, y, z) = x^2 + 4xy + 2xz + 3y^2 + 3z^2.$$

- Určete matici příslušnou k této kvadratické formě.
- Určete definitnost této formy.

Body: /20

3. Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = \frac{2x}{x^2 - 1} + x.$$

Body: /30

4. Funkce $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ je zadaná předpisem

$$f(x, y) = \frac{x}{\sqrt{1 - (x^2 + y^2)}}$$

- Určete a načrtněte definiční obor této funkce.
- Načrtněte vrstevnice ve výškách $z = 1$ a $z = -2$.

Body: /20