

Jméno:

Body: /100

1. Nalezněte všechna vlastní čísla a příslušné vlastní vektory matice

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -4 & 1 & -2 \\ -4 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Body: /25

2. Uvažujme funkci

$$f(x) = (x^3 + 2x^2)e^x.$$

- Spočítejte  $f'(x)$ .
- Určete stacionární body funkce.
- Určete lokální extrémy této funkce.
- Určete globální extrémy, které tato funkce nabývá na intervalu  $[-2, 1]$ .

Body: /25

3. Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = \frac{2x^3}{x^2 + 1}.$$

Body: /30

4. Mějme funkci  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  danou předpisem

$$f(x, y) = (x^2 + 1)e^y - 2x.$$

- Určete hodnotu  $\nabla f$  v bodě  $(x_0, y_0) = (1, 0)$ .
- Zkontrolujte, zda  $f(1, 0) = 0$ .
- Na základě předchozích kroků určete, zda existuje funkce  $y(x)$ , která je na okolí bodu  $(1, 0)$  určena rovnicí  $f(x, y) = 0$ .
- Pokud taková funkce existuje, spočítejte  $y'(1)$ .

Body: /20