

1 Opakování derivací

1. $(x + 3\sqrt{x} + \sqrt{\sqrt{x}})' =$
2. $(x^{-2} + x^{-4} + 5x^0)' =$
3. $(2x^3 - 4x^{1/4} + \frac{5}{x})' =$
4. $(e^{x^2+3x}(x + \sin x))' =$
5. $(x^2 e^{4x})' =$
6. $(\sin(3x)\sqrt{x^2-1})' =$

7. $(\frac{x^2+1}{x-4})' =$
8. $\nabla(x^2 \sin y - x + y^2) =$
9. $\frac{\partial}{\partial x}(x^2 y e^{xy+yz} - x^3 \sin x) =$
10. $\nabla(xyz^2 + x(x+z)) =$
11. $\nabla(xye^{2x+xy}) =$
12. $\nabla^2(x^2y + xy + \frac{x}{y}) =$

2 Extrémy

2.1 1D

1. Nabývá funkce $f(x) = x^3 + 2x^2 - x$ své globální maximum a minimum? Zdůvodněte svou odpověď.
2. Najděte lokální extrémy $f(x) = (x^2 - 4x + 3)e^x$. Roz-

hodněte, které z nich jsou globálními extrémy.

3. Najděte maximum $f(x) = x^4 + 4x^3 - 14x^2$ na množině $[0, 3]$.

2.2 Lokální extrémy

1. Najděte lokální extrémy funkce

$$f(x, y) = x^3 - 3x - y^2 + 4y.$$

2. Najděte lokální extrémy funkce

$$f(x, y, z) = x^3 - 2x^2 + y^2 + z^2 - 2xy + xz - yz + 3z.$$

3. Najděte lokální extrémy funkce

$$f(x, y) = x^4 + y^4 - x^2 - 2xy - y^2.$$

4. Najděte lokální extrémy funkce

$$f(x, y) = e^{-x^2-y^2}.$$

Jde i o globální extrémy?

5. Nalezněte tři kladná čísla x , y a z , jejichž součet je 10, tak, aby x^2y^2z bylo maximální.
6. Společnost prodává dva typy ledniček. Funkce

$$f(x, y) = -6x^2 + 6xy - 3y^2 + 30x - 12y + 151$$

udává zisk při produkci x kusů prvního typu a y kusů druhého typu. Jaký je maximální měsíční zisk? A při jaké produkci je dosažen?

7. Aby se snížily přepravní náklady mezi výrobními závody a hlavním odběratelem, hodlá korejská

počítačová značka Intel Corp. zahájit výrobu nového řídicího čipu pro mikroprocesory Pentium III ve svých dvou asijských továrnách. Náklady na výrobu x čipů v Chiangmai (Thajsko) jsou

$$C_1 = 0.002x^2 + 4x + 500,$$

a náklady na výrobu y čipů v Kuala Lumpur (Malajsie) jsou

$$C_2 = 0.005y^2 + 4y + 275.$$

Korejský výrobce počítačů je nakupuje za \$150 za kus. Určete, jaké množství by mělo být vyrobeno v každé asijské lokalitě, aby byl zisk maximální, jestliže je podle marketingového oddělení Intelu popsán výrazem:

$$P(x, y) = 150(x + y) - C_1 - C_2.$$

8. Zisk z produkce x jednotek A a y jednotek B je přibližně

$$P(x, y) = 8x + 10y - 0.001(x^2 + xy + y^2) - 10\,000.$$

Najděte množství, při kterém je zisk nejvyšší.

9. Továrna vyrábí dva druhy ledniček. Funkce

$$f(x, y) = -6x^2 + 6xy - 3y^2 + 30x - 12y + 151$$

udává zisk při výrobě x kusů prvního druhu a y kusů druhého druhu. Jaký je maximální zisk a při jaké produkci se jej dosáhne?

2.3 Vazby

1. Najděte extrémy

$$f(x, y) = x^2y$$

na $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, x + 2y = 1\}$.

2. Najděte extrémy

$$f(x, y) = \cos^2 x + \cos^2 y$$

na $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, x - y = \frac{\pi}{4}\}$.

3. Najděte extrémy

$$f(x, y) = x^2 + 2y$$

na trojúhelníku s vrcholy $A = (-1, -1)$, $B = (5, -1)$ a $C = (-1, 5)$.

4. Určete maximum a minimum $f(x, y) = -y^2 + x^2 + \frac{4}{3}x^3$ na množině $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, x^2 + y^2 = 4\}$.

5. Najděte maximum a minimum

$$f(x, y) = 4xy$$

vzhledem k množině $M = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2, \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1 \right\}$.

6. Najděte extrémů funkce

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$$

vzhledem k množině $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, x^4 + y^4 + z^4 = 1\}$

7. Najděte maximum a minimum

$$f(x, y) = x^2 + xy + 2y$$

na $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, y \geq x^2, y \leq 9\}$.

8. Najděte extrémů

$$f(x, y, z) = 2x + 3y + 5z$$

na sféře $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, x^2 + y^2 + z^2 = 19\}$.

9. Najděte extrémů

$$f(x, y, z) = xyz$$

na $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, x \geq 0, x + 9y^2 + z^2 \leq 4\}$.

10. Najděte extrémů

$$f(x, y) = x^2 + y^2 - 12x - 16y$$

na

$$M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, x^2 + y^2 \leq 25, x \geq 0\}.$$

11. Najděte globální extrémů

$$f(x, y) = x^4 y$$

na množině

$$M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, x^4 + y^4 \leq 16, x \geq -1\}.$$