1 Extrémy

1.1 Lokální extrémy

1. Nalezněte lokální extrémy funkce
$$f(x,y) = x^3 + x^2y - 2y^3 + 6y.$$
2. Nalezněte lokální extrémy funkce
$$f(x,y) = 4 + x^3 + y^3 - 3xy.$$
3. Nalezněte lokální extrémy funkce
$$f(x,y) = x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1.$$
4. Nalezněte lokální extrémy funkce
$$f(x,y) = xye^{x-\frac{1}{2}y^2}.$$

1.2 Vazby

1. Nalezněte maximum a minimum funkce $f(x,y) = (x-1)^2 + (y-2)^2$ na obdélníku $[-1,3] \times [0,5]$ (i.e., $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2,\ x \in [-1,3],\ y \in [0,5]\}$).
2. Nalezněte maximální a minimální hodnoty funkce $f(x,y) = 2x + 5y$ na elipse $9x^2 + 16y^2 = 144$.
3. Jaké je maximum funkce $f(x,y,z) = x+z$ při podmínce $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.
4. Nalezněte maximum a minimum funkce $f(x,y,z) = x$ s vazbami $x + 2z = 0$, $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

2 Integrály

2.1 Základní metody

1. Spočtěte
$$\int \left(x + \sqrt{\frac{1}{x}}\right) x^{-3/5}\,\mathrm{d}x.$$
2. Spočtěte
$$\int e^x + 2\sin x\,\mathrm{d}x.$$
3. Spočtěte
$$\int e^{4x} - 3e^{-x} + \cos x\,\mathrm{d}x.$$
4. Spočtěte
$$\int \frac{2x^2}{1+x^2}\,\mathrm{d}x.$$
5. Spočtěte
$$\int \frac{x^3 + 4x + 2}{x^2 + 4}\,\mathrm{d}x.$$
6. Spočtěte
$$\int \frac{x^2}{1+x}\,\mathrm{d}x.$$

2.2 Metoda substituce

1. Spočtěte
$$\int \tan x\,\mathrm{d}x.$$
2. Spočtěte
$$\int (2x^3 + 11)^7 x^2\,\mathrm{d}x.$$
3. Spočtěte
$$\int (4x^3 + 5)e^{x^4+5x-9}\,\mathrm{d}x.$$
4. Spočtěte
$$\int 5(x-4)\sqrt[3]{x^2 - 8x}\,\mathrm{d}x.$$
5. Spočtěte
$$\int \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}\,\mathrm{d}x.$$
6. Spočtěte
$$\int (\cos(3x) - x^2)(\sin(3x) - x^3)^5\,\mathrm{d}x.$$

2.3 Integrace per-partes

1. Spočtěte
$$\int 4x\cos(2-3x)\,\mathrm{d}x.$$
2. Spočtěte
$$\int x^2 \arctan x\,\mathrm{d}x.$$
3. Spočtěte
$$\int (3x + x^2)\sin(2x)\,\mathrm{d}x.$$
4. Spočtěte
$$\int \sin(2x)\cos(5x)\,\mathrm{d}x.$$

2.4 Racionální funkce

1. Spočtěte
$$\int \frac{x^3}{x-2}\,\mathrm{d}x.$$
2. Spočtěte
$$\int \frac{4}{x^2+5x-14}\,\mathrm{d}x.$$
3. Spočtěte
$$\int \frac{3x^2+1}{(x+1)(x-5)^2}\,\mathrm{d}x.$$
4. Spočtěte
$$\int \frac{x^2+2x+3}{(x-6)(x^2+4)}\,\mathrm{d}x.$$
5. Spočtěte
$$\int \frac{x^4}{x^2-4x+3}\,\mathrm{d}x.$$